

Rectángulo áureo encajado

De los triángulos BDE y CDG, por teorema de senos podemos escribir

$$\frac{X}{\sin(B+x)} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d}{\sin B} \gg X = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d \sin(B+x)}{\sin B}$$
$$\frac{Y}{\sin(90-C+x)} = \frac{d}{\sin C} \gg X = \frac{d \cos(C-x)}{\sin C}$$

Entonces

$$\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d(\cos x + \sin x \cot B) + d(\cot C \cos x + \sin x) = a$$

Agrupando

$$\cos x \left(\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d + d \cot C \right) + \sin x \left(d + \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d \cot B \right) = a$$

Haciendo

$$h = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d + d \cot C \quad i = d + \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d \cot B$$

Resulta una ecuación de segundo grado de soluciones

$$\sin x = \frac{ai \pm h\sqrt{h^2 + i^2 - a^2}}{h^2 + i^2}$$

En el gráfico con el rectángulo áureo la construcción de los segmentos “a”, “i” y la raíz, y en los siguientes, por Tales $ai, h\sqrt{h^2 + i^2 - a^2}, h^2, i^2$ y $Distancia = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)d \sin x$.

Hay que poner especial atención a los ángulos, pues en algunos casos los segmento que se consiguen pueden ser sustractivos.